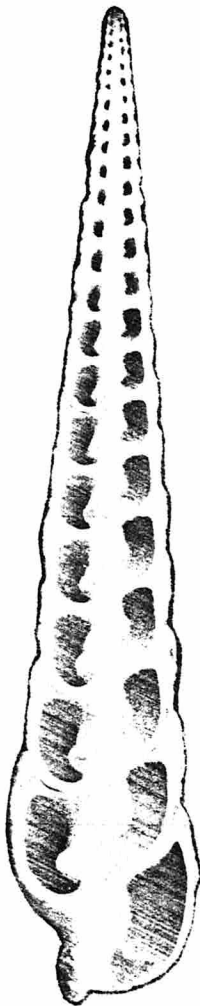


Auf dem Schulhof, zwischen einer griechischen Stunde und einer in Trigonometrie, sprach er mir wohl, an den Vorsprung der glasierten Ziegelmauer gelehnt, von diesen magischen Unterhaltungen seiner Mußezeit: von der Umwandlung des Intervalls in den Akkord, die ihn beschäftigte wie nichts anderes, des Horizontalen also ins Vertikale, des Nacheinanders ins Gleichzeitige. Gleichzeitigkeit, behauptete er, sei dabei eigentlich das Primäre, denn der Ton selbst, mit seinen näheren und entfernteren Obertönen, sei ein Akkord und die Skala nur die analytische Auseinanderlegung des Klanges in die horizontale Reihe.

Th. Mann: Dr. Faustus



Querschnitt durch den

Bau einer Spindelschnecke.

Hans Meierhofer
1984

DIE OBERTONREIHE

EIN

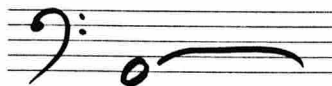
MUSIKALISCH

WIRKSAMES

NATURGESETZ

Ein Experiment

Wenn ich auf dem Klavier z.B. ein G herunterdrücke (1)



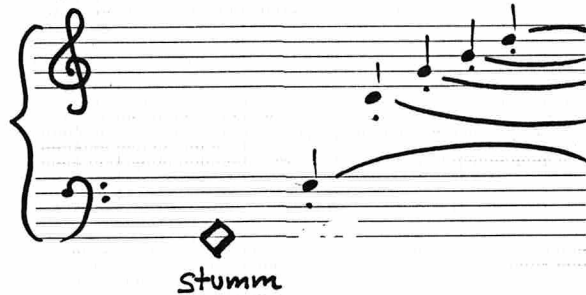
und behaupte, dies sei kein Ton, sondern bereits ein Akkord, werde ich nur ungläubiges Kopfschütteln ernten. Und doch: Es stimmt; es handelt sich um mehrere Töne (theoretisch gesehen unendlich viele), die - spitzfindig gesagt - einen "Akkord" bilden. Besser vielleicht nennt man sie einen "Klang", denn ausser dem laut hörbaren Grundton G (2) schwingen noch weitere sogenannte OBERTÖNE (3) mit, allerdings so schwach, dass wir sie kaum bewusst als Töne wahrnehmen. Da das Gemisch der Obertöne von Instrument zu Instrument verschieden ausgebildet ist, nehmen wir sie aber sehr deutlich als KLANGFARBE wahr (4).

- (1) Für Experimente auf dem Klavier eignet sich das G besonders gut, weil in diesem Höhenbereich die Töne am besten hörbar sind. Bei den späteren theoretischen Erwägungen wird dann aber vom C ausgegangen.
- (2) Meist ist der Grundton der lauteste. Bei Blasinstrumenten können aber auch höhere Obertöne die Führung übernehmen.
- (3) Auch Natur-, Partial-, Teil- oder Aliquottöne, engl. Harmonics. Diese beginnen die Zählung mit der untersten Note, während der erste "Oberton" auf den "Grundton" folgt. Also: Erster Oberton = 2. Naturton etc.
- (4) So bevorzugt die klare Trompete die Naturtöne 2, 4, 6, während der verhüllte Klang der Klarinette auf den ungeraden Naturtönen beruht (welche z.B. die "unreine" Naturseptime enthalten). - Auch die Vokale unserer Sprache beruhen auf verschiedenen Obertonmischungen (das sog. "Obertonsingen" beruht darauf).

Mit einem kleinen Trick - einer stumm heruntergedrückten Taste - kann man es nun aber fertigbringen, die uns normalerweise verborgenen Obertöne zum Klingen zu bringen.

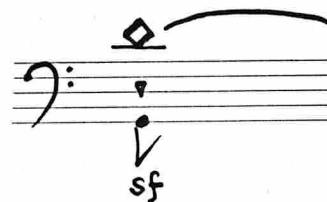
Es gibt zwei Möglichkeiten:

- a) Ich drücke den Grundton stumm und "pfropfe" auf die nun zum Schwingen freie G-Saite als RESONANZEN deren Obertöne, die als normale Staccati gespielt, solange weiter schwingen, bis die G-Saite wieder vom Filzchen abgedämpft ist:



Dass nicht einfach jeder beliebige Ton mitschwingen würde, zeigt eine Probe: z.B. ein B, das nicht in der Reihe vorhanden ist, klingt nicht mit.

- b) Man kann umgekehrt einen erwarteten Oberton stumm drücken und ihn zum Klingen bringen, indem man den Grundton laut anschlägt (man "siebt" einen der vielen möglichen Obertöne heraus):

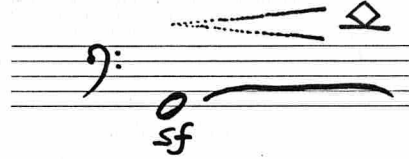


Dieser Ton D fällt besonders gut auf, wenn ich ihn neben ein zu ihm dissonierendes C stelle:



Wie in den Noten angedeutet, möchte man das reibende C als Vorhalt ins H auflösen. So wird der eigentliche Grund ersichtlich, warum die an und für sich konsonante Quarte mit dem einfachen Frequenzverhältnis 3:4 oft trotzdem zu den DISSONANZEN gezählt wird: Die Obertöne beider Töne reiben sich.

Nach all diesen Experimenten wird es einem auch möglich sein, den Ton D als Oberton auch herauszuhören, ohne dass die D-Taste gedrückt wird:



Der Ton D stellt sich nach einem EINSCHWINGVORGANG immer deutlicher heraus - am Schluss übertönt er sogar die Oktave G, die wegen ihrer "Gleichheit" viel weniger auffällt.

Hat man erst einmal auf diesen Oberton - er ist eine Duo-dezime (=Oktave+Quinte) vom Grundton entfernt - hinhorchen gelernt, begreift man kaum mehr, dass er einem hat entgehen können, und eine einfache Tonleiter entpuppt sich als "Quintenparallele":



QUINTENPARALLELEN werden von der Harmonielehre zwar als "Fehler" gerügt, aber nur darum, weil die Quinte als Oberton (wie die Oktave) zu stark mit dem Grundton verschmilzt, um für eine selbständige zweite Stimme zu taugen. Es ist bekannt, dass die erste bekannte Mehrstimmigkeit Europas unter dem Namen "Organum" gerade aus Quintenparallelen bestand (Hucbald, ca. 800 n. Chr.) - eben darum, weil die Sänger beobachteten, dass so ein angenehmer Wohlklang entstand. Auch heute noch wird diese Klangfarbe in den Mixturregistern der Orgel verwendet (schlecht eingesetzt tönt sie nach "Quintenparallelen"), und wenn etwa Debussy in der "Cathédrale engloutie" Quintenparallelen schreibt, sind das nicht etwa "Fehler", sondern ein Versuch, neuartige Klangfarben zu erfinden.

Ein schönes Beispiel findet sich in Ravels "Bolero", wo an einer Stelle die Celesta in der Flöte einen "künstlichen Ober-ton" erhält - ein neues "Instrument" ist "erfunden":

The image shows a page of a musical score for Maurice Ravel's "Bolero". The score is arranged in a standard orchestral format with multiple staves. The instruments listed on the left are: 1. Fl. (First Flute), 2. Fl. (Second Flute), Cl. B. (Bass Clarinet), Bass, Solo Horn (marked *mf*), Tamb. (Tambourine), Celesta (marked *p*), Harpe (Harp), 1. Violon (Violin I), 2. Violon (Violin II), Alto (Alto), Violon (Violoncello), and C. B. (Cymbal/Bass Drum). The music is in a key signature of one sharp (F#) and a 3/4 time signature. The Celesta part is particularly prominent, playing a melodic line that is also played by the flutes and horn in different registers. The score includes various musical notations such as notes, rests, and dynamic markings like *pp* and *mf*.

Hauptmelodie: Celesta

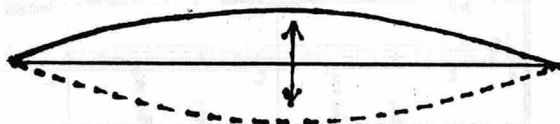
In der Quinte: 2.kl.Flöte und 1.Horn

In der Dezime: 1.kl.Flöte

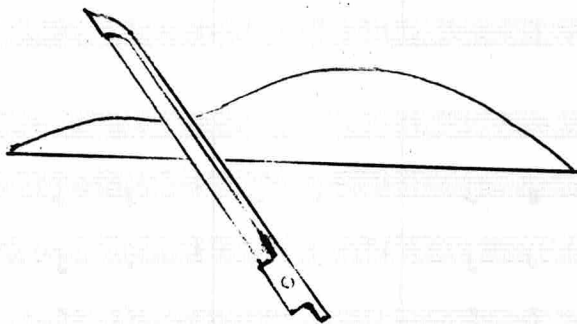
Eine Frage

Man mag sich nun schon geraume Zeit fragen: Wie ist es möglich, dass in dem Ton einer einzig Saite noch weitere - höhere und leisere - "versteckt" sind?

Könnte eine Saite ideal schwingen, würde sie eine sog. SINUSSCHWINGUNG ausführen:

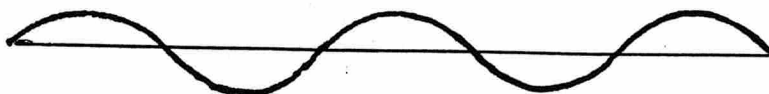


Nun weiss jeder Physiker, dass es in der Natur nie "ideale", das heisst ungestörte Versuchsbedingungen gibt. Bei der Saite wird die Schwingung z.B. durch den Zupf- oder Streichvorgang gestört:



Durch das Pressen des Bogens entsteht eine Einbuchtung, die Sinusschwingung ist "geknickt"

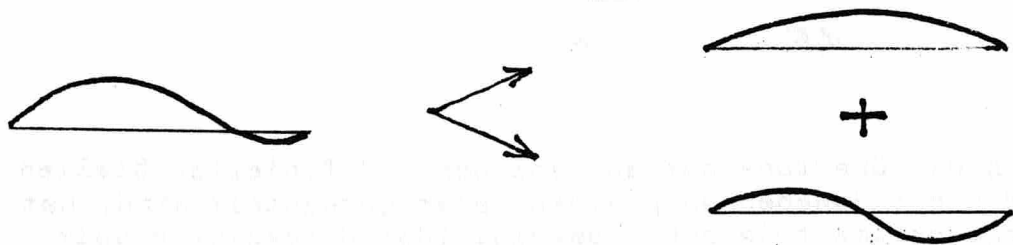
Auch bei der Fortpflanzung der Schallwellen durch die Luft haben wir es nicht mit einer ungestörten, reinen Sinusschwingung zu tun (der Anschaulichkeit halber zeichnen wir anstelle der Longitudinalwelle hier ebenfalls eine Transversalwelle).



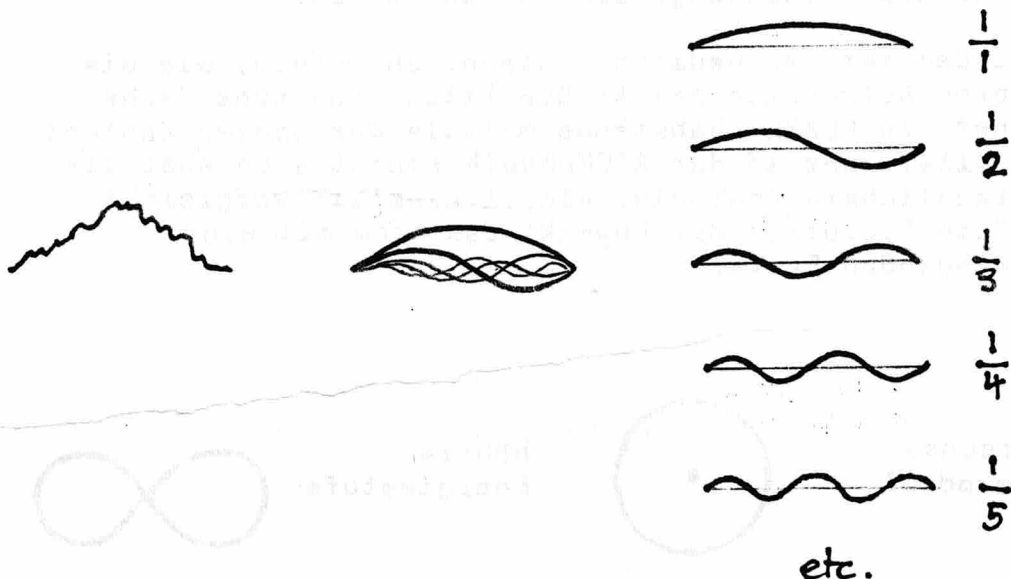
sondern mit einer zwar noch PERIODISCHEN, sonst aber von ihr abweichenden Form:



Das Ohr ist aber so eingerichtet, dass es nur Sinusschwingungen aufnehmen kann. Es muss also versuchen, jede Schwingung auf diese zurückzuführen. Nun gibt es eine mathematische Methode, die sog. FOURIERANALYSE, die das ermöglicht. Sie beruht auf dem Gesetz, dass jede periodische Schwingung als Superposition von reinen Sinusschwingungen aufgefasst werden kann. So lässt sich z.B. folgende Schwingung wie gezeigt analysieren:



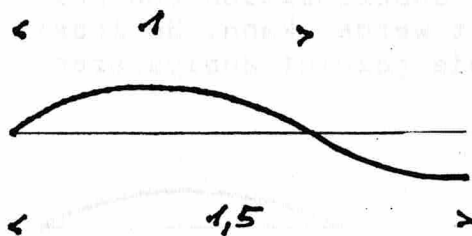
Sei die Schwingung noch so kompliziert, immer kann man sie auf Schwingungen der Saite als Ganzes (1/1), Halbes (1/2), als Drittel (1/3) etc. zurückführen:



Den Bruchteilen der SAITE entsprechen reziprok die FREQUENZEN der Tonhöhen (Schwingungen pro Zeiteinheit):

Saite	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	→	$\frac{1}{\infty}$
Frequenz	1	2	3	4	5	→	∞

Dabei handelt es sich immer um ganze Zahlen. Der Grund ist leicht einzusehen: Die Saite kann nur in BRUECHEN ganzer Zahlen aufgeteilt werden - eine Aufteilung z.B. ins anderthalbfache wäre nicht möglich, da die Saite ja an ihren Enden angespannt sein muss, dort also ein Knotenpunkt sein sollte:



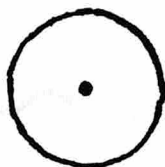
unmöglich!
hier muss die Saite
eingespannt sein.

Dass die Obertöne nur an ganz genau definierten Stellen und nicht daneben ansprechen, also gequantelt sind, hat das Experiment ja schon gezeigt (das B reagierte beim Grundton G nicht !).

Dass in der Musik die GANZE ZAHL eine wichtige Rolle spielt, hat schon Pythagoras, "der erste Akustiker", richtig erkannt. Seine Meinung allerdings, dass es sich dabei nur um die ersten vier Zahlen (1,2,3 und 4, die heilige ΤΕΤΡΑΚΤΥΣ) handelt, hat sich als Irrtum erwiesen, geht doch die Zahlenreihe (wenn auch in immer schwächerer Bedeutung) bis ins Unendliche.

Trotzdem ist der Gedanke erstaunlich modern, wie die moderne Astronomie zeigt: Die Titius-Bodesche Reihe ordnet die PLANETENabstände mittels der ganzen Zahlen! Vor allem aber in der ATOMphysik ergibt sich aber die erstaunlichste Analogie: Albert Einstein vergleicht in "Die Evolution der Physik" das Atom mit einer schwingenden Saite:

Bohrsches
Atommodell



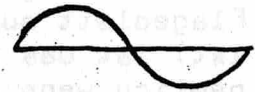
höhere
Energienstufe



Saite



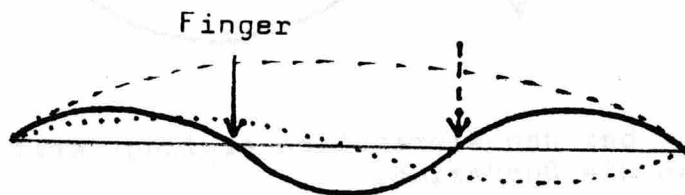
erster
Oberton



Sowohl in der Saite wie im Atom gibt es zwischen diesen Extremen keinen allmählichen Uebergang. Der eine Zustand kippt unvermittelt in den anderen über. So findet sich der uralte Gedanke vom diskontinuierlichen Aufbau der Materie (schon Zenon deutet im Gleichnis vom fliegenden Pfeil darauf hin) in der modernen Theorie der Planckschen WirkungsQUANTEN wieder (das periodische System der Elemente und die Spektrallinien sind Auswirkungen davon).

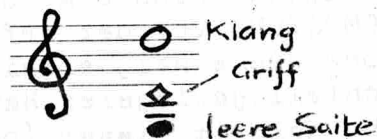
* * *

Zurück zur Frage, wie Obertöne hörbar gemacht werden können. Zwar kann man die einzelnen Bestandteile einer Obertonmischung mittels der Helmholtzschen Resonatoren herausfiltern. Es ist aber einfacher, einzelne Obertöne zu favorisieren, indem andere unterdrückt werden. Dies ist bei den FLAGEOLETTönen der Saiteninstrumente der Fall (Streichinstrumente, aber auch Gitarre, Harfe oder Monochord):



Indem ich den Finger bei einem Knotenpunkt (hier $1/3$ oder $2/3!$) leicht anlege, sind die anderen Schwingungsarten (z.B. Grundton: Ganze Saite, Oktave: Halbe Saite) verunmöglicht, es erklingt:

Flageoletgriff



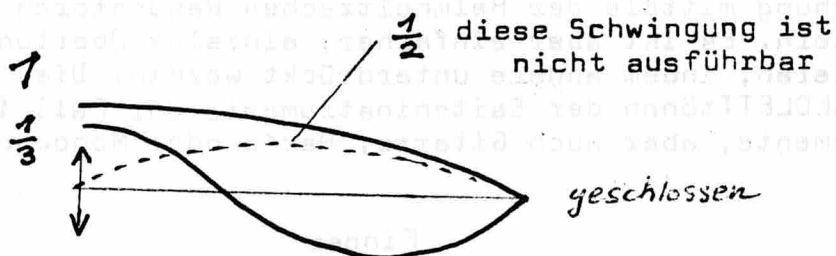
Man könnte die Saite als "BruchQUERZUNGsmaschine" bezeichnen, denn die Doppeloktave erklingt bei $1/4$ und $3/4$, nicht jedoch bei $2/4$, weil sich dieser Bruch zu $1/2$ vereinfacht, also wieder die einfache Oktave erklingt. Bei der 5-Teilung jedoch kann wieder jeder Knotenpunkt verwendet werden, also $1/5$, $2/5$, $3/5$, $4/5$, während beim Sechstel nur $1/6$ und $5/6$ in Frage kommen, weil $2/6$, $3/6$ und $4/6$ kürzbar sind!

Noch wichtiger als bei den Saiteninstrumenten (wo das Flageolett ausser beim Trumscheit* lediglich ein Effekt ist) ist das analoge Prinzip bei den Blasinstrumenten, nämlich wenn sie UEBERBLASEN werden.

*Dieses erzeugt trompetenartige Obertöne, weshalb es auch Nonnentrompete genannt wurde.

Dass bei den FLOETENinstrumenten (auch Oboen) durch Ueberblasen eine Oktave erreicht werden kann, ist allgemein bekannt (bei der Blockflöte wird durch ein zusätzliches Loch auf der Unterseite das "Ueberschnappen" des Tones erleichtert). Es können aber bei forciertem Blasen auch noch höhere Obertöne erreicht werden.

Gedackte Flöten lassen immer einen Oberton aus, bringen also nur die ungeraden Naturtöne. Der Grund dazu ist, dass der Ton auf der gedeckten (=verschlossenen) Seite nicht ausschwingen kann:



Auch bei den Klarinetten erklingt erst der 2.Oberton, also die Duodezime.

Ein merkwürdiges Instrument zur Erzeugung von Obertönen besteht aus einem gerippten Plasticschlauch, der durch die Luft geschwungen wird.

Am wichtigsten sind die Obertöne jedoch bei den HOERNERN und TROMPETEN: Vor der Erfindung der Ventile waren die Naturtöne die einzig erreichbaren Töne dieser Instrumente. Der Nachteil geringerer Beweglichkeit wurde durch das typische Kolorit dieser Instrumente ausgeglichen, und heute noch sind Dreiklangsbrechungen typische Signalfloskeln (Posthorn),



und Hornmelodien mit ihren "Fehlern" (siehe das später erklärte "Alphornfa") beschwören sozusagen obligatorisch eine Naturstimmung wie etwa die berühmte Hornstelle im Finale von Brahms' erster Sinfonie. Dieses Thema hat der Komponist in den schweizer Alpen von einem ALPHORNspieler gehört und als Postkartengruss an Clara Schumann gesandt:

Alphornblüt des Alphornspieler:

2. 12^{te} Sept. 1868

Adagio.

*Graf angue long, tief im Thal,
grüß' uf di' viel dörplich!*

Die der Obertonreihe entnommene Dreiklangsbrechung identifizieren wir sosehr mit NATURstimmungen, dass wir sie auch ohne diese typischen Instrumente verspüren:

pp

pp

lang gezogen

Bruckner, 7. Sinfonie

In R. Wagners Rheingoldvorspiel wird der Dreiklang als Naturmotiv zum Symbol des WERDENS (vgl. die späteren Anmerkungen über das Wachstum):



Natur-Motiv

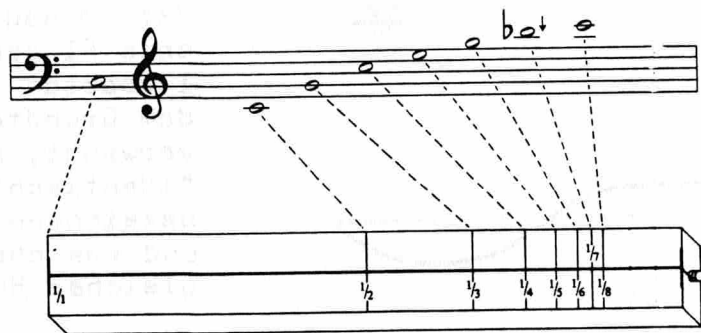
Auf dem Grunde des Rheines. Grünliche Dämmerung, nach oben zu lichter, nach unten zu dunkler. Die Höhe ist von wogendem Gewässer erfüllt, das rastlos von rechts nach links zu strömt. Nach der Tiefe zu lösen die Fluthen sich in einen immer feineren feuchten Nebel auf, so dass der Raum der Manneshöhe vom Boden auf gänzlich frei vom Wasser zu sein scheint, welches wie in Wolkenzügen über den nächtlichen Grund dahin fließt.

Das WASSER (auch es führt Wellenbewegungen aus!) steht hier sowohl für die physische Urmaterie als auch für das Seelische, wie Wagners Bericht über seine Entstehung aussagt: (vgl. hierzu auch A. Heims Bericht im Anhang):

Nach einer in Fieber und Schlaflosigkeit verbrachten Nacht zwang ich mich des anderen Tages zu weiter Fußwanderung durch die hügelige von Pinienwäldern bedeckte Umgebung ... Am Nachmittag heimkehrend, streckte ich mich todmüde auf ein hartes Ruhebett aus, um die langersehnte Stunde des Schlafes zu erwarten. Sie erschien nicht; dafür sank ich in eine Art von somnambulen Zustand, in welchem ich plötzlich die Empfindung erhielt, als ob ich in ein stark fließendes Wasser versänke. Das Rauschen desselben stellte sich mir bald im musikalischen Klange des Es-Dur-Akkordes dar, welcher unaufhörlich in figurierter Brechung dahinwogte; die Brechungen zeigten sich als melodische Figurationen von zunehmender Bewegung, nie aber veränderte sich der reine Dreiklang von Es-Dur, welcher durch seine Andauer dem Elemente, darin ich versank, eine unendliche Bedeutung geben zu wollen schien. Mit der Empfindung, als ob die Wogen hoch über mich dahinbrausten, erwachte ich dann in jähem Schreck aus meinem Halbschlaf. Sogleich erkannte ich, daß das Orchestervorspiel zum «Rheingold», wie ich es in mir herumtrug, doch aber nicht genau hatte finden können, mir aufgegangen war; und schnell begriff ich auch, welche Bewandnis es durchaus mit mir habe: nicht von außen, sondern nur von innen sollte der Lebensstrom mir zufließen.

Alle Experimente mit schwingenden Luftsäulen haben einen gravierenden Nachteil: Die Luft ist unsichtbar, man kann die Schwingungen nicht sehen. Darum eignen sich Saiten besser, um die entsprechenden Experimente durchzuführen. Das klassische Instrument dafür ist das MONOCHORD, das der Legende zufolge PYTHAGORAS erfunden haben soll:

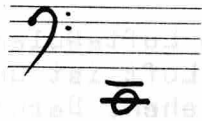
Man sagt, dass er sich dieses Instrument noch einmal hat bringen lassen, als er im Sterben lag, um ein letztes Mal über das Geheimnis zu meditieren, das er im Monochord verwirklicht sah. Gemeint ist damit die Uebereinstimmung von Intervall und Verhältniszahl, von TonQUALITÄT und ZahlenQUANTITÄT, also letztlich von Gefühls- und Verstandesmäßigem. Dass in der Musik Intellektuelles und Seelisches in eine bis zur Identität gehende Verbindung eingehen, ist gerade in der heutigen Zeit analytischer Zersplitterung von Bedeutung.



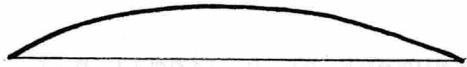
In der Praxis wird meist ein Monochord mit mehreren Saiten gebraucht, also ein "Polychord", damit verschiedene Messungen zum Vergleich gleichzeitig durchgeführt werden können (also z.B. ganze Tonleitern eingestellt werden können). Dabei ist es Tradition, die Saite 120 cm lang zu bemessen. Die (aus Mesopotamien stammende) 12-Teilung hat den Vorteil, viele ganze Zahlen zu enthalten: 120 ist teilbar durch 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

An einem solchen Monochord wollen wir nun auf den folgenden Seiten die Töne der Naturtonreihe einzeln darstellen.

$$\frac{1}{1}$$



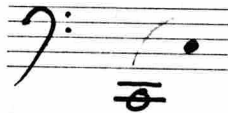
Die ganze Saite schwingt (genau genommen bildet sie die Hälfte einer Sinusschwingung



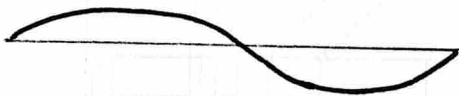
welche bis zum Eintreten des gleichen Schwingungszustandes fortgesetzt gedacht werden muss. Dies ist leicht einsehbar, da die Saite an den Enden befestigt sein muss).

Bei genauem Hinhören können wir entsprechend dem gesagten auch Obertöne mitschwingen hören (die Duodezime klingt besonders deutlich).

$$\frac{1}{2}$$



Bei halber Saitenlänge erklingt die doppelte Frequenz, die Oktave. Sie ist der am häufigsten verwendete Flageoletton. Dieser 1.Oberton (=2. Naturton) ist dem Grundton klanglich so verwandt, dass wir ihn als "identisch" empfinden. Darum bezeichnen wir das untere und das obere C mit dem gleichen Buchstaben..

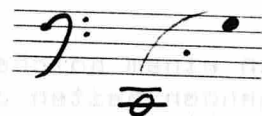


Wieso zwei verschiedene Töne als "gleich" empfunden werden können, ist bisher noch nie richtig erklärt worden. Vielleicht erklärt sich das OKTAVPHAENOMEN aus der Tatsache, dass Männer und Frauen (Kinder) in der Oktave singen.

$$\frac{1}{3}$$



Bei einem Drittel der Saite erklingt die 3-fache Grundfrequenz: Die oktavierte Quinte (=Duodezime).



Auch dieser Oberton verschmilzt noch relativ stark mit dem Grundton, was einer der Gründe für das Quintenparallelenverbot ist (vgl. früher). Der Quintton zeichnet sich aber vor dem Oktavton dadurch aus, dass er als erster als vom Grundton verschieden empfunden wird*, was die Quinte zum wichtigsten musiktheoretischen Intervall stempelt. Trotzdem ist Vorsicht geboten, den QUINTENZIRKEL einfach aus der Obertonreihe ableiten zu wollen: Dieser setzt ja immer das gleiche Intervall in eine Reihe, während die Quinte nur einmal (nämlich hier) in der Obertonreihe vorkommt!

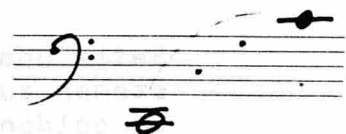
* Immerhin verwechseln "unmusikalische" (?) Kinder die Quinte manchmal mit der Oktave, wenn sie einen Ton nicht treffen. Der bereits als Erfinder des Organums erwähnte Hucbald bezeichnet in seiner "Dasianotation" bereits den 5. Ton mit demselben Zeichen wie den ersten (nach der Art der altgriechischen Notation gekippt):

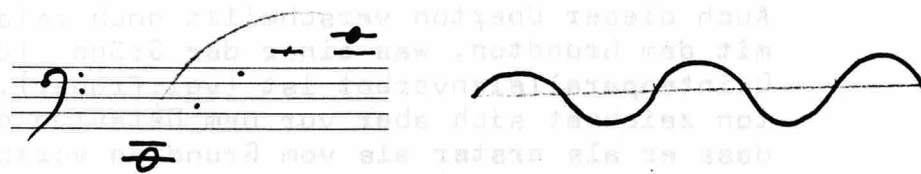


Es ist schon viel darüber herumgerätselt worden, ob für ihn bereits die Quinte (und nicht die Oktave) "gleich" geklungen hat. Sicher ist, dass sie der Grundton des 2. TETRACHORDS ist, wo wieder dieselbe diatonische Halb- und Ganztonstruktur ihren Anfang nimmt.

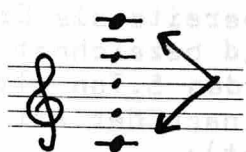


Der Viertel ergibt mit der 4-fachen Frequenz die Doppeloktave, Da $4=2 \times 2$ ist, ist der Charakter der Oktave sehr ähnlich.

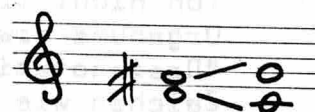




Mit der 5-fachen Frequenz überschreiten wir zum erstenmal die pythagoreische Vierzahl (τετρακτύς). Die hier zum ersten Mal erscheinende TERZ wurde von den Pythagoreern durch Quintenschlagen errechnet, weshalb die pythagoreische Terz viel zu hoch tönt, was im Mittelalter nicht störte, solange die Terz als Dissonanz aufgelöst wurde:

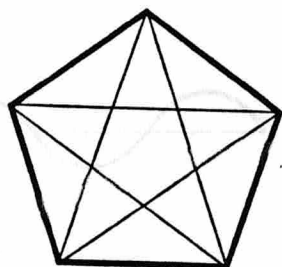


Die pythagoreische Terz passt nicht in die Obertonreihe



mittelalterliche Terz löst sich als Dissonanz gegen aussen auf

Die Fünffzahl war den Pythagoreern zutiefst unsympathisch, weil sich die Diagonale des Fünfecks als inkommensurabel mit seiner Seite erwies, dem Gesetz der ganzen Zahl also nicht genüge geleistet wurde. Verschämt versuchten sie diesen Widerspruch in ihrem System vor der Deffentlichkeit zu verbergen - das PENTAGRAMM war ihr geheimes Erkennungszeichen (es lebt im "Drudenfuss" der schwarzen Magier weiter).



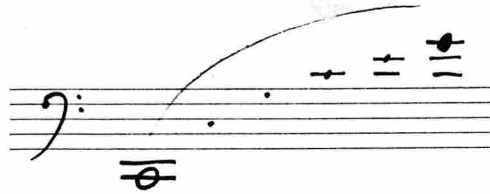
Seite und Diagonale stehen zueinander im goldenen Schnitt



Fünfstrahligkeit im Kelchblatt der Rose

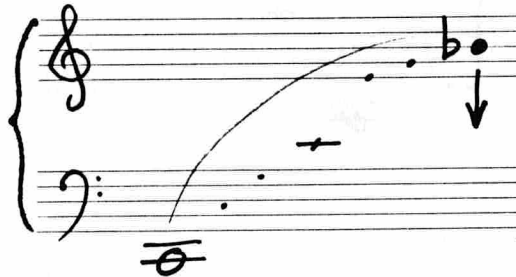
In der Zahlensymbolik wird die Zahl 5 mit dem Geschlechtlichen in Verbindung gebracht (viele Blüten sind 5-strahlig!) - und die seit der Renaissance gebräuchliche Durterz bestimmt das TonGESCHLECHT einer Tonart, dessen deutlichster Ausdruck der Tonika-Dreiklang ist (siehe später).

$\frac{1}{6}$



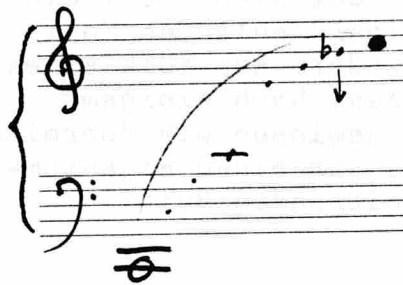
Ist auf $\frac{1}{3}$
zurückzuführen

$\frac{1}{7}$



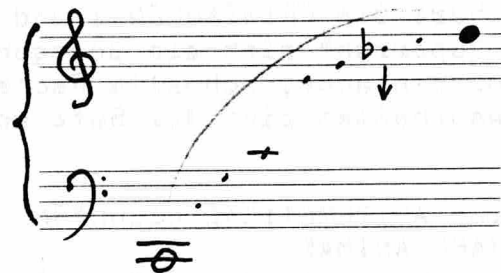
Dieser "zu tief" liegende Ton - er wird NATURSEPTIME genannt - passt nicht in unser Tonsystem (über den Grund siehe $\frac{7}{11}$)

$\frac{1}{8}$



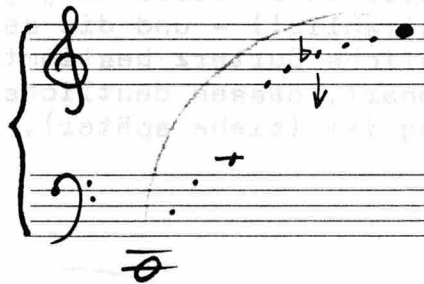
Wieder auf die Oktave
zurückzuführen.

$\frac{1}{9}$



Ueber die dabei entstehende grosse Sekunde (None) siehe später, wo ihre Bedeutung für die Tonleitern erklärt wird.

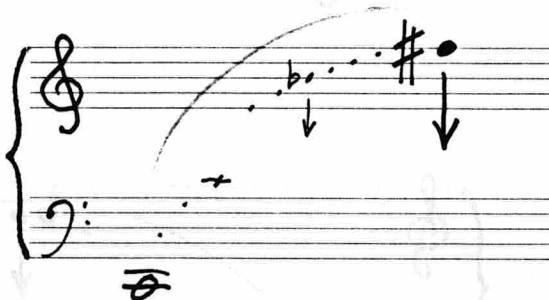
$$\frac{1}{10}$$



siehe

$$\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{11}$$



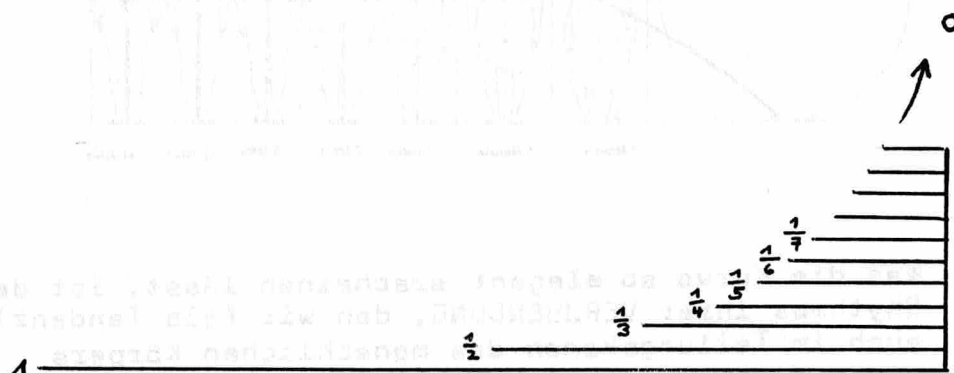
Dieser ebenfalls "zu tiefe" Ton ist das berühmte ALPHORNFA. Wenn ein Alphornspieler "falsch" spielt, ist das also nicht ein Zeichen seiner fehlenden Musikalität, sondern Ausdruck eines Naturgesetzes! Nach einigem Angewöhnen gewinnen die "unreinen" Naturtöne sogar einen eigentümlich faszinierenden Reiz.

Der Grund, warum sowohl Naturseptime als auch Alphornfa das Musikgehör vorerst befremdlich anmuten, ist ein mathematischer: Die PRIMZAHLEN 7 und 11 (auch 13, 17 etc.) "sperrern" sich als unangenehme Divisoren gegen eine einfache, schnelle Rechenoperation. Hier bewahrheitet sich der Satz von Leibnitz:

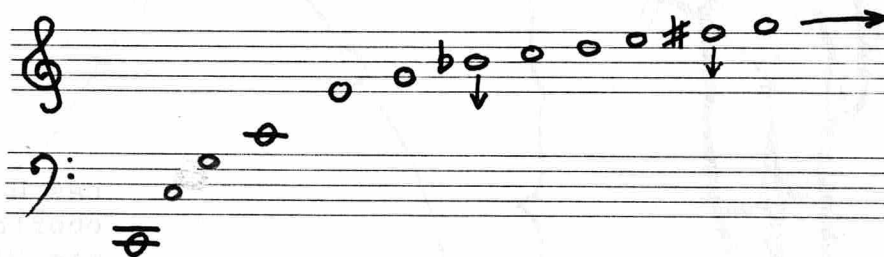
MUSICA EST EXERCITIUM ARITHMETICAE OCCULTUM
nescientis se numerare animae
(Die Musik ist eine unbewusste Rechenübung)

Wird also eine (Tonzahl-)Rechnung als unangenehm empfunden, stört auch der zugehörige Oberton das Musikempfinden.

Ueberblickt man die (theoretisch ad infinitum weiterführende) Kurve, die die auf dem Polychord eingestellten Stege bilden, fasziniert uns ihre Form: Eine HYPERBEL, deren Werte dem Grenzwert Null zustreben.

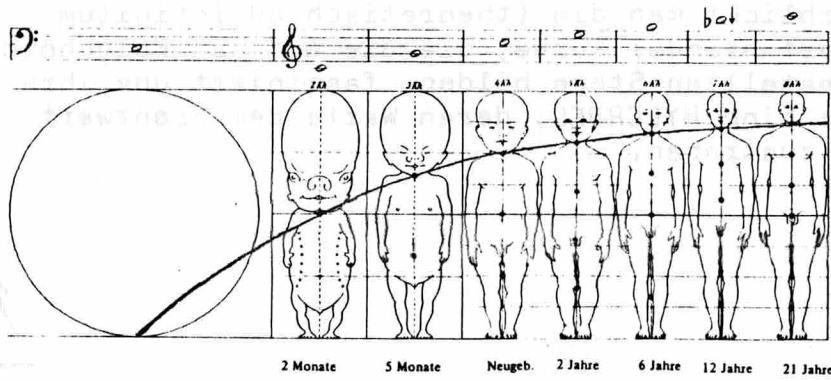


Die Kurve der dazugehörigen Intervalle steigt zuerst steil an, um dann immer flacher zu werden:

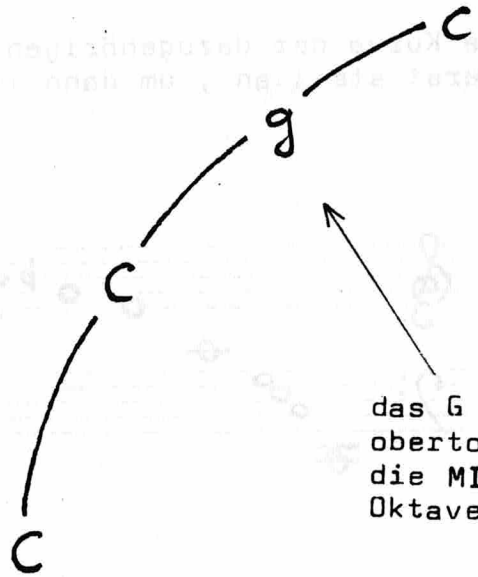
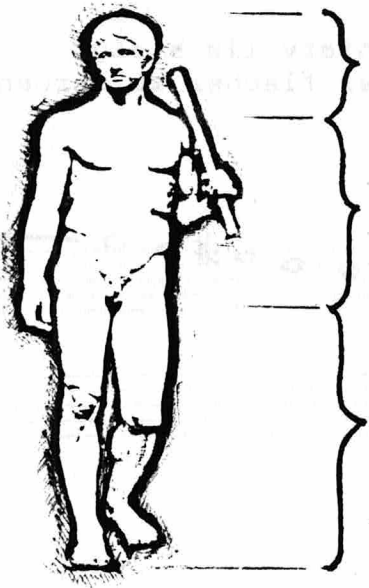


Der elegante Schwung dieser Kurve erinnert uns an Naturformen (vor allem Wachstumsformen z.B. Farnblätter, Schneckenhäuser etc. siehe Titelblätter). Man ist an das Goethesche URBLATT erinnert, als dessen musikalische Entsprechung die Naturtonreihe bezeichnet werden kann.

A.Husemann ("der musikalische Bau des Menschen") zeigt, dass die Entwicklung des MENSCHEN mit der Aufrollung der Obertonreihe verglichen werden kann. Der Zeugung folgt die erste Zellteilung (Halbierung = erste Oktave). Das Kind wird geboren, wenn der Kopf einen Viertel der Körpergrösse ausmacht (in der Doppeloktave findet es den Grundton wieder). Das Heranwachsen des Kindes erfolgt in der 3. Oktave und schliesst im abermaligen Erreichen des Grundtones als Erwachsener ab:



Was die Kurve so elegant erscheinen lässt, ist der Rhythmus ihrer VERJUENGUNG, den wir (als Tendenz) auch im Teilungskanon des menschlichen Körpers wiederfinden:



das G ist obertonmässig die MITTE der Oktave*

* Tatsächlich bildet die Quinte das algebraische Mittel der Frequenzen einer Oktave:

$$\frac{a + b}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3$$

Was die Saitenlängen betrifft, bildet die Quinte das sog. harmonische Mittel der Oktave (dieser Ausdruck ist musikalisch begründet!). Es errechnet sich folgendermassen:

$$\frac{2ab}{a + b} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$$

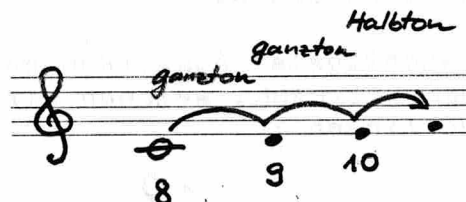
Man mag nun einwenden, dass FIS die Mitte der Oktave C-c sei, wie ein Abzählen der Halbtonschritte ergibt. Tatsächlich gibt es auch hierfür einen mathematischen Ausdruck, das sog. geometrische Mittel:

$$\sqrt[2]{ab} \quad \text{bei einer Oktave} = \sqrt[2]{1 \cdot 2} = \sqrt[2]{2}$$

Die Berechnung der Frequenzen ergibt den Tritonus. Diese Art von Mittelbildung ist für die Musik viel unbedeutender (wenn auch gar nicht uninteressant!). Auf jeden Fall wurde er als "Diabolus in musica" seit alters vermieden, bevor er bei neueren Komponisten in Gebrauch kam.

Warum aber wird die ASYMMETRISCHE Mittelbildung der Obertonreihe der "genauen" Mittelbildung des Tritonus vorgezogen? Weil sture Gleichheit die Orientierung erschwert (wir finden uns in einem durch Berge unregelmässigen Gelände besser zurecht als in einer Ebene - die unregelmässige Anordnung der schwarzen Tasten ermöglicht erst die Orientierung auf der Klaviatur etc.). Alle sturen Teilungen der Oktave bilden (allerdings interessante) Probleme, nicht nur die 2-Teilung beim Tritonus: Die 3-Teilung ergibt den übermässigen Dreiklang, die 4-Teilung den verminderten Septakkord, die 6-Teilung die Ganztonleiter und die 12-Teilung die chromatische Tonleiter (andere Zahlen sind keine Divisoren von 12). Keine dieser Strukturen sind enharmonisch eindeutig - die aus der Obertonreihe ableitbare reine Quinte hingegen definiert TONIKA und DOMINANTE einer Tonart eindeutig.

Die Tendenz zur Unregelmässigkeit zeigt sich auch in der Anordnung von Ganz- und Halbtonen innerhalb der diatonischen TONLEITER. Dabei befolgt das Tetrachord die von der Obertonreihe bekannte Verjüngung gegen oben:



Genau genommen ist sogar der erste Ganzton (8/9) grösser als der zweite (9/10). Gute Sänger oder Violinisten berücksichtigen den Unterschied zwischen "grossem" und "kleinem" Ganzton instinktiv.

Dass aber nicht alles aus der Obertonreihe hergeleitet werden darf, zeigt der oberste Ton des Tetrachords: Hier steht F anstelle des Alhornfas (L. Bernstein be- geht in "Musik. die offene Frage" den Fehler, die ganze Tonleiter auf die Obertonreihe zurückführen zu wollen. Das F leitet sich jedoch nicht aus dem Alp- hornfa ab, sondern aus den Gesetzen des Quintenzirkels welcher, wie schon gezeigt, als rein mathematische Operation mit der Obertonreihe im Widerspruch steht!).

Trotzdem bildet die Obertonreihe für viele musikalische Strukturen ein Vorbild. Das zeigt sich, wenn wir unser Augenmerk auf die Häufigkeit lenken, in der die einzel- nen Töne in der Naturtonreihe vorkommen:

In den ersten drei Oktaven kommt

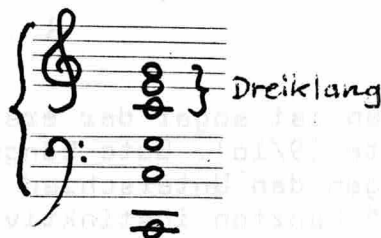
das C	4 mal
das G	3 mal
das E	2 mal
das D	1 mal vor*

* B, Fis etc. fallen aus bereits erwähnten Gründen ausser Betracht.

Was sich ergibt, ist eine Bevorzugung gewisser Töne, eine HIERARCHIE der Grundtöne (in geringerem Masse der Dominanttöne). In der Musik kann es also keine Gleichberechtigung geben, ein Umstand, auf welchen schon Paul Hindemith als Gegenargument zu Arnold Schönbergs 12-Ton-Theorie hingewiesen hat.

Jeder gute Tonsatz beweist es: Die GRUNDTONverdopp- lungen sind die häufigsten. Betrachtet man einen gutklingenden Orchestersatz (etwa bei Mozart), be- obachtet man, dass die Dichte gegen oben zu zunimmt, und jeder Cellist weiss davon zu berichten, dass seine Stimme grössere Sprünge vollführt als die Violine (vor allem im klassischen Satz, bei welchem eine durchsichtige Klangstruktur oberstes Gesetz ist). Ueberall spiegeln sich also die Gesetzmässigkeiten der Obertonreihe wieder. Das heisst allerdings nicht, dass es keine Abweichungen gibt (der Geist weht, wo er will): Gerade ein Brahms beweist "Charakter", indem er in der Tiefe oft dicker besetzt, als es die Gesetze der Obertonreihe zulassen.

Eine der wichtigsten Auswirkungen der Obertonreihe ist der DURDREIKLANG, welchen wir bei den ersten 6 Tönen vorfinden :



Man kann den Durdreiklang mit Fug und Recht als eine Erfindung der Natur bezeichnen (die schon immer als Gesetzmässigkeit existiert hat, lange bevor es Menschen gab). Der Mensch hat den Durdreiklang nur gefunden; interessant ist es allerdings wann, denn erst seit der Renaissance ist er im Gebrauch. Im Spätmittelalter in England aufgekommen, scheint sich erst damals das Sensorium für den Wohlklang der grossen Terz entwickelt zu haben (vgl. die früheren Ausführungen über die pythagoreische Terz).

Es ist, wie wenn die MUSIKGESCHICHTE die Obertonreihe "emporklettern" würde, wie folgende Aufstellung der als Zusammenklang tolerierten Intervalle zeigt:

Antike	Oktave	2.Naturton
Mittelalter	Quinte	3.Naturton
Neuzeit	Terzen	5.Naturton
Moderne	Sekunde	9.Naturton
Zukunft	Mikrotöne?	

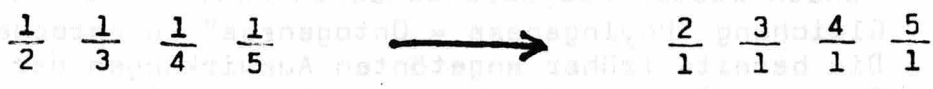
Es zeigt sich hier ein Weg von einfachen zu komplizierten Frequenzverhältnissen, den übrigens jeder Mensch wieder neu durchzumachen hat, um mit Goethes Gleichung "Phylogenese = Ontogenese" zu sprechen. Die bereits früher angetönten Auswirkungen der Obertonreihe auf das Körperwachstum spiegeln sich im musikalischen Empfinden wieder: "12-Ton-Kinder" werden entgegen Schönbergs Hoffnung nie geboren werden; vor einem gewissen Alter hat das Kind kein Bedürfnis nach Dreiklängen (eher noch nach leeren Quinten, wie bereits erwähnt) und das Verständnis komplizierter neuer Musik kann nur das Ergebnis längerer Schulung sein (ein Ziel, das die meisten Zeitgenossen nie erreichen, die eigentlich in der Dreiklangsharmonik vergangener Jahrhunderte "steckenbleiben"). Besonders interessant ist in diesem Zusammenhang, dass der problematischen Naturseptime ($1/7$ in der Tabelle Husemanns) das Alter der Pubertät entspricht. In diesem Alter erwacht bei Jugendlichen das Interesse an den dissonanten Klängen des Sept- oder Nonakkords (Jazz!).

Hat sich die Frage nach dem Dur-Akkord einfach gelöst, so liegt nun auch die Frage nach dem Moll-Dreiklang nahe. Hier allerdings stösst man auf Schwierigkeiten (das e-g-h der oberen Naturtöne ist wenig überzeugend schon wegen ihrer Schwäche und auch, weil sie c nicht als Grundton haben).

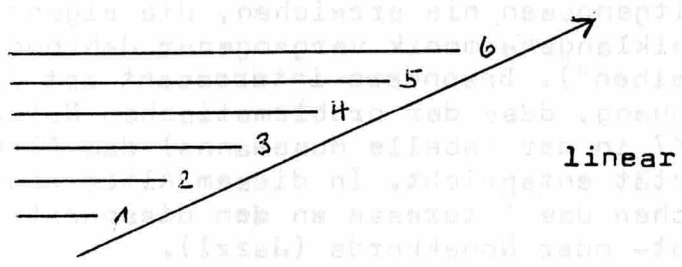
Hindemith fasste die MOLLTERZ als eine "getrübte" Durterz auf, was zumindest ihre Emotionalität erklären könnte, aber doch ein recht gewaltsames Verfahren ist. Faszinierend ist der Erklärungsversuch des Musiktheoretikers Hugo Riemann: Er macht sich die Beobachtung zu Nutze, dass grosse und kleine Terz in Dur und Moll vertauscht angeordnet sind (die Form der Geige mag ein letztes Beispiel für die Aesthetik der Verjüngung sein):



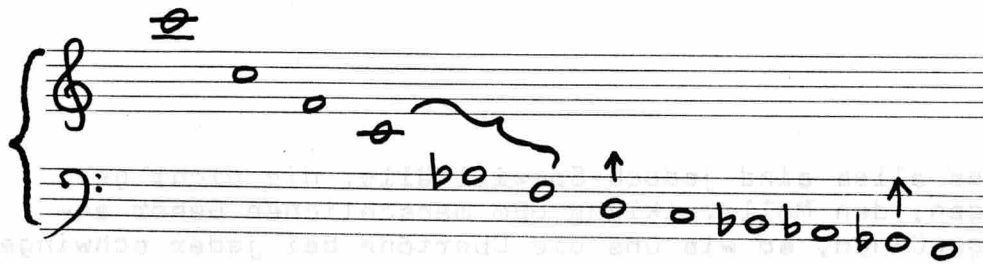
Ebenso können die Saitenverhältnisse auf den Kopf gestellt werden:



Wir erhalten statt der Brüche also einfach die Reihe der ganzen Zahlen. Auf dem Polychord ergibt sich jetzt folgendes Bild:



Das Bild ist jetzt ein viel stureres: Die elegant geschwungene Kurve hat einer einfachen Gerade platzgemacht (dafür bilden die reziproken Frequenzen jetzt eine Hyperbel: 1, 1/2, 1/3...). Welches sind die Töne, die wir auf diese Weise erhalten? Es ist die Umkehrung der Obertonreihe, die sogenannte UNTERTONREIHE:

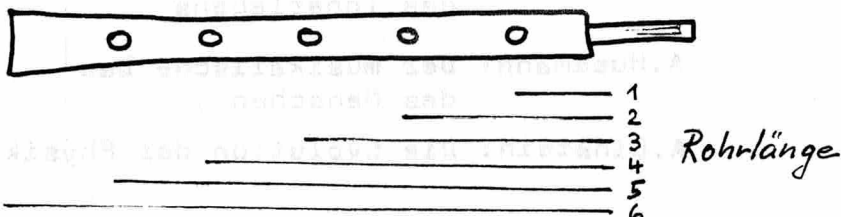


Riemann ist nun der 4., 5. und 6. Ton dieser Reihe ins Auge gestochen: C-As-F - ein Moll-Dreiklang! Die Lösung ist frappant, wenn man auch einige Fragen anfügen muss:

- Die Untertonreihe "hängt von oben", was Riemann bewog, den obersten Ton (Quinte) als Grundton des Dreiklangs anzunehmen, was den psychologischen Tatsachen völlig widerspricht.
- Eine Saite kann sich zwar halbieren, dritteln etc. aber nicht verdoppeln, verdreifachen etc., da ihre Länge gegeben ist.

Die Verwirklichung der Untertonreihe als Naturereignis ist also höchstens als Ausnahmefall denkbar. So erklärt sich vielleicht das Phänomen des "STROHBASSES", bei welchem die Töne eine Oktave tiefer erklingen (I.Rebrov!). Man muss sich vorstellen, dass bei Sängern, die extrem tief singen können, die Stimmbänder nur jedes zweite Mal ansprechen, die Frequenz also verdoppelt ist. Mit viel Geschick lässt sich ein solcher Effekt mit einer Stimmgabel erreichen, die an ein Blatt Papier gehalten wird. So erhält man die Unteroktave, mit Glück auch die Unterquinte (die Töne erinnern einen etwas an den Zahnarzt, an borende und kratzende Geräusche).

Es ist schon vermutet worden, dass die Untertonreihe auch für die (von oben nach unten sich verjüngenden!) ALTGRIECHISCHEN Tonleitern verantwortlich sind (K.Schlesinger). Dies ist plausibel, weil auch noch bei heutigen Hirtenschalmeien (α266) die Löcher aequidistant angeordnet sind, und deshalb ein Ausschnitt aus der Untertonreihe erklingen muss:



Dies alles sind jedoch Spezialfälle, die nicht genügen, den Molldreiklang dem menschlichen Gehör anzugewöhnen, so wie uns die Obertöne bei jeder schwingenden Saite den Durdreiklang eintrichtern (wenn auch noch so leise, dafür aber, weil kaum beachtet, umso wirkungsvoller!).

Die Untertonreihe ist also kein Naturgesetz, so wie es die Obertonreihe ist - eher eine mathematische Gesetzmässigkeit, die sich nicht in der Natur, wohl aber im geistigen Raum menschlichen Denkens manifestieren kann.

So zeigt die Ober(Unter)tonreihe deutlich, dass Musik weder nur auf Naturgesetzen, noch nur auf der Freiheit menschlichen Geistes beruht (der wie gesagt weht wo er will). Vielmehr entzündet sich Kunst (um mit Nietzsche zu sprechen) im Spannungsfeld zwischen apollinischer EINGRENZUNG und dionysischem FREIHEITSstreben.

Literatur zum Thema

E.Bindel: Die Zahlengrundlagen der Musik
im Wandel der Zeiten

H.Kayser: Akroasis

H.Ruland: Ein Weg zur Erweiterung
des Tonerlebens

A.Husemann: Der musikalische Bau
des Menschen

A.Einstein: Die Evolution der Physik

TÖNE DER WASSERFÄLLE

VON PROF. ALBERT HEIM †

- Nr. 1 wurde dem Vorderrhein bei der Brücke unterhalb Truns abgehört.
 Nr. 2 betrifft die Linth etwas oberhalb des Dorfes Linthal.
 Nr. 3 den Stäuberfall im Maderanertal — es ist das der mächtige Ausfluß des Brunnigletschers.

- Nr. 4 den Kärstelenbach nahe seinem Austritt aus dem Hüfigletscher.
 Nr. 5 den Fätschbach, das Wasser vom Urnerboden und Claridengletscher, nahe bei seinem Zusammenfluß mit der Linth unterhalb des großen unteren Falles.
 Nr. 6 den unteren Fätschbachfall.

- Alle diese 6 Nummern betreffen sehr starke Wasser, und es ist das untere F sehr kräftig und vorherrschend dabei. Bei Nr. 5 klingt das höchste C scharf und wie gepfeifen, das untere F besonders stark.
 Nr. 7 betrifft den untern Fall des Schwellauibaches hinter Richisau im Klöntal.
 Nr. 8 den obern Fall des gleichen Baches. Dieser letztere Akkord tönt fürs Ohr besonders verletzend, indem das obere F recht kräftig ist.
 Nr. 9 den Schreienbach im Thierföh (Hintergrund des Linthtales).
 Nr. 10 den Lammerbach am Düssistock im Maderanertal.
 Nr. 11 den Kesselbach, der an der Nordseite der Gehänge des Maderanertals herunterfällt.
 Nr. 12 den Seidenbach ebendasselbst.
 Nr. 13 den Spritzbach im Maderanertal. Der Klang dieses Wasserfalles war besonders rein und fein und ähnlich einem Akkord auf einem Saiteninstrument.
 Nr. 14 betrifft die Milchbäche im hintern Maderanertal. Das sind zwei parallele Bäche, deren Wasser in weitem Sprung frei fällt und sich in Tropfen auflöst. Beide gaben genau die gleichen Töne und in wunderschön reinem Klang.

Es handelt sich um Obertöne mit einer Unterquinte (Unterton)

Derselbe Dreiklang mit Unterquinte findet sich in Beethovens Pastorale (Alphornbläser nach dem Gewitter):

Die eingerollte "Obertonreihe" des Nautilus

Die spiralförmige Form erinnert an die menschliche Gehörsschnecke. Ist es Zufall, dass der Wasserbewohner eine ähnliche Spiralförmigkeit entwickelt hat wie unser mit Labyrinthwasser erfülltes Hörorgan (Wasserwellen - Schallwellen)? Wenn diese Analogie (auch die anderen in dieser Arbeit) auch keineswegs gesicherte "naturwissenschaftliche" Erkenntnis ist, muss sie doch zum Empfinden eines nachdenklichen Musikliebhabers sprechen.

