

AUFGABEN 6 a und b

Diese Aufgaben nehmen noch einmal Bezug auf den Untertitel der Vorlesung "...von Pythagoras zum erlebten Klang" - und zwar in 6a mit einer *mathematischen* (eigentlich = geisteswissenschaftlichen) und mit 6b mit einer *physikalischen* (= naturwissenschaftlichen) Frage - ich habe immer wieder darauf hingewiesen: Mathematisch = lediglich abstrakte Logik / physikalisch = in Naturphänomenen manifestiert). Selbstverständlich vermischen sich beide Felder oft; ein Gebiet, von welchem Pythagoras fasziniert war. Hier sei zuerst

6b Pythagoras in der Schmiede

besprochen: Ihre Rezension des Textes hätte sich erstens mit dem **Phänomen** selbst befassen müssen (wobei ein Denkfehler hätte aufgedeckt werden müssen) und zweitens den **wissenschaftsgeschichtlichen** Aspekt herausarbeiten müssen (nämlich dass eine reproduzierbare Verifikation des Experimentes erst in der modernen Wissenschaft zum unverzichtbaren Standard wurde).

Pythagoras († nach 510 v. Chr.) war eine Mischung von zukunftsweisender mathematischer Brillanz und religiös anmutendem Mystizismus - was sich allerdings aus dem völlig anderen Zeitgeist vor zweieinhalbtausend Jahren erklären lässt. Er war der bekannteste Vegetarier des Altertums (von Ovid in den "Metamorphosen" beschrieben), glaubte an die Reinkarnation, was Spekulationen aufkommen liess, er sei auch in Indien gewesen. Glaubhafter ist sein Aufenthalt bei den in Feldvermessung und Pyramidenbau bewanderten Ägyptern (Satz vom rechtwinkligen Dreieck). Originaltexte gibt es nicht von ihm - wir wissen lediglich durch Zitate bei anderen Philosophen über ihn (Plato - pythagoreischer Orden - die Lebensbeschreibung Jamblichs hat Züge eines Evangeliums).

Die Überlieferung des spätantiken Textes (die bis Hegel ging) enthält zwar eine experimentell verifizierbare Tatsache, nämlich dass Saiten mit Längen z.B. 1 und 2 bei gleicher Spannung als Oktave (2 und 3 als Quinte, etc.) erklingen - von Wellenlänge (= 2x Saitenlänge) oder gar Frequenzen (reziproker Bruch) konnte er damals nichts wissen. Dass nun aber Nikomachos (um 150 n. Chr.) Pythagoras die Behauptung unterschiebt, das Verhältnis treffe auch für Gewichte zu, ist seine *freie Erfindung*. Dies wurde erst 1589 von Vincenzo Galilei erkannt (und *trotzdem* von vielen ständig autoritätsgläubig weitertradiert).

Methodisch unsauber ist, dass nicht klar differenziert wird

1) ob es sich um klingende Metallstücke in der Schmiede handelt oder

2) um Gewichte, die an Saiten gehängt werden, wobei

3) bei 1) noch genau gesagt werden müsste, was eigentlich erklingt: Der Hammer? Das geschlagene (z.B. Huf-)Eisen? Der Ambos?

Fall 1) und 3) ist auch mit moderner Physik nicht einfach zu beantworten, da äusserst komplex: Hier spielt nicht das Gewicht, sondern vor allem auch die "Geometrie" der schwingenden Gegenstände eine Rolle, sowie der Ort des Anschlagens (vgl. die Chladnischen Klangfiguren: Es erklingen verschiedene Töne, je nachdem, *wo* die schwingende Metallplatte angestrichen wird > verschiedene Obertöne).

- Was den **Fall 2)** (angehängte Gewichte) betrifft, gebe ich hier die Fortsetzung des in der Prüfung abgegebenen Textes wieder:

(Lesenswerte) Quelle:

<http://books.google.ch/books?id=EKzOY01I2MC&pg=PA343&lpg=PA343&dq=pythagoras+schmied+nikomachos&source=bl&ots=ah2IT3jwOG&sig=5TDw9WO>:

Es war pikanterweise der Vater Galileis, der Musiktheoretiker VINCENZO GALILEI, ein Schüler ZARLINOS, der erstmals die Richtigkeit dieser Schmiede-Geschichte in Frage gestellt hat; und wenig später, kurz nach KEPLERS Entdeckung der Planetengesetze, formulierten gleichzeitig GALILEO GALILEI und MARIN MERSENNE das Gesetz, wonach das Verhältnis der Frequenzen - nicht das Saitenlängenverhältnis oder ein anderes Verhältnis - die Intervallwahrnehmung bestimmt und die Frequenz eines Tones in Bezug auf Saitenlänge L , Saitenspannung S und Fläche des Saitenquerschnitts F proportional zu $\frac{\sqrt{S}}{l\sqrt{F}}$ ist.

Da in diesem Bruch Wurzeln vorkommen, kann es gar nicht sein, dass die von Pythagoras geforderten rationalen Zahlen ins Spiel kommen.

Irrationale Zahlen waren den Pythagoreern nicht geheuer. Sie wollten alles mit den Zahlen 1, 2, 3 und 4 = die heilige "Tetraktys" beweisen; schon die Zahl 5 (4/5 resp. 5/6 > grosse resp. kleine Terz - diese galten noch im Mittelalter als Dissonanzen!) irritierte sie wegen des im Fünfeck vorkommenden irrationalen goldenen Schnitts. Deshalb wurde das Pentagramm zum geheimen Erkennungszeichen der Pythagoreer (>Drudenfuss). Auch die Erkenntnis vom pythagoreischen Komma wurde geheim gehalten, weil es das Dogma der einfachen Zahlen widerlegte...

- Das Problem wird auch in folgender Webseite*** genau diskutiert (Zitat):
http://de.wikipedia.org/wiki/Pythagoras_in_der_Schmiede

... Der Musiktheoretiker Vincenzo Galilei, Schüler von Gioseffo Zarlino und Vater von Galileo Galilei, wies 1589 in seiner Streitschrift „Discorso intorno all'opere di Messer Gioseffo Zarlino“ (deutsch: „Diskurs über die Arbeit von Meister Gioseffo Zarlino“) darauf hin, dass die Tonhöhe einer Saite nicht proportional zur Spannkraft (respektive zum Zuggewicht) ist.

Das physikalische Gesetz, dass die Tonhöhe nämlich nur proportional zur Quadratwurzel der Spannkraft ist, wurde bald darauf von seinem Sohn Galileo Galilei und von Marin Mersenne veröffentlicht: **Um die Tonhöhe zu verdoppeln, muss also eine vierfache Zugkraft, und somit auch ein viermal so schweres Gewicht an eine Saite gehängt werden etc.**

*** Dieser an für sich gute Artikel macht aber meines Erachtens den Fehler, das Problem in eine Beziehung zu Kadenz in Dur und Moll zu stellen. Zu Pythagoras' Zeiten gab es diese gar noch nicht...

Religionsgeschichtlicher Nachtrag

Im behandelten Problemkreis sind offensichtlich verschiedene Quellen zusammengefloßen:

- Die griechische Tradition des "Messens" (Saitenlängen, aber auch z.B. Versmasse)
- Alttestamentliche Tradition ("Erfindung" der Musik durch Iubal-Tubal)
- Die (erst) christlich-mittelalterliche Kombination Saiten <> Metallgewichte

* In 1. Mose 4. 20 ff. werden die nomadischen Nachkommen Kains (Jabal, Jubal, Tubalkain) sowohl als Erfinder der Schmiedekunst als auch der Musik geschildert. - Eine interessante Parallele findet sich beim Wandervolk der Zigeuner, welche bei uns ebenfalls als "Pfannenflicker" wie auch als begabte Musiker bekannt waren (> ungarische Zigeunermusik) - schon in ihrem Ursprungsland Indien gibt es diese Kombination bei den "Unberührbaren", von welchen sie ja abstammen. Der begriff "Roma" hat übrigens nichts mit den Römern zu tun, sondern hat eine onomatopoetische Wortwurzel (Sanskrit), die mit "Trommel" (Tomtom etc.) verwandt ist. - In Iubal schwingt "jubeln" (jubilare) mit, Tubal erinnert an das (Blech-) Blasinstrument der Tuba (lat. Tibia etc.).

Franchinus Gaffurius: „Theorica musicae“, 1492: Der erste Musiker und Flötist Jubal, dessen Bruder Tubal-Kain als Stammvater aller Schmiede gilt, mit sechs Schmieden um ein Amboss (links oben), und Pythagoras beim Experimentieren mit jeweils sechs Glocken und Gläsern (rechts oben), mit sechs Saiten (links unten) und zusammen mit Philolaos mit sechs Flöten (rechts unten).



I. Pythagoras in der Schmiede

»Pythagoras ist der erste gewesen, der es eingesehen hat, daß unser Hören von Einklang und Dissonanz ein mathematisches Vergleichen ist. [...] Es wird erzählt, Pythagoras sei bei der Werkstätte eines Schmieds vorbeigegangen und durch die Schläge, die eine besondere Zusammenstimmung gaben, aufmerksam geworden. Er habe dann das Verhältnis der Schwere der Hämmer, die einen gewissen Einklang gaben, verglichen und danach das Verhältnis der Töne mathematisch bestimmt und endlich die Anwendung davon und den Versuch an Saiten gemacht. [...] Es ist bekannt, daß der Ton einer Saite (oder, was dem gleich ist, die Luftsäule in einer Röhre bei den Blasinstrumenten) von drei Umständen abhängt: von ihrer Länge, Dicke und dem Grade ihrer Spannung. Hat man nun zwei gleich dicke und gleich lange Saiten, so bringt ein Unterschied in der Spannung einen Unterschied des Klanges hervor. So vergleichen wir nur ihre Spannung; und diese läßt sich durch ein Gewicht messen, das an sie angehängt und wodurch sie gespannt wird. Pythagoras fand, daß, wenn die eine Saite mit einem Gewicht von zwölf Pfund, die andere mit sechs Pfund beschwert wurde [...], dies den musikalischen Einklang der Oktave ($\delta\iota\alpha\ \tau\alpha\sigma\omega\upsilon\upsilon$ [dia pason]) gab, das Verhältnis 8 : 12 oder 2 : 3 [...], den Einklang der Quinte ($\delta\iota\alpha\ \pi\acute{\epsilon}\nu\tau\epsilon$ [dia pente]), das Verhältnis 9 : 12 oder 3 : 4 [...], die Quarte ($\delta\iota\alpha\ \tau\epsilon\sigma\sigma\alpha\rho\omega\upsilon\upsilon$ [dia tessaron]). [...] Hier ist die Zahl das Wahrhafte, was den Unterschied bestimmt. [...] Das eigentliche musikalische Verhältnis der Töne eines Instruments zu einander – dies, worauf die Harmonie beruht – ist ein Verhältnis von Zahlen. [...] Nirgends ist eine Bestimmung durch Zahlen mehr an ihrem Orte als hier.«

Die Geschichte von Pythagoras in der Schmiede stammt aus der Spätantike, aus Kreisen der Neupythagoreer, die ein halbes Jahrtausend nach dem Tod ihres verehrten Meisters einen Kranz von Legenden um sein Haupt wanden, darunter eben diese durch die Jahrhunderte kolportierte Geschichte von der Entdeckung akustisch-mathematischer Gesetze zur Erklärung der musikalischen Intervalle beim Hören der Arbeitsgeräusche einer Schmiede. Am wirkungsmächtigsten wurde die Darstellung des BOETIUS, der sich seinerseits auf den Neupythagoreer NIKOMACHOS gestützt hat. Die von Boetius mitgeteilte »Entdeckung« der Intervallproportionen wurde in nahezu allen mittelalterlichen und späteren Musiktraktaten übernommen, mal kürzer, wie bei JOHANNES DE GROCHEIO, mal ausführlicher, wie bei ZARLINO: »Beim Spaziergang kam er an einem Handwerksladen vorbei, wo mit verschiedenen Hämmern ein glühendes Eisen auf einen Amboss geschlagen wurde. Dabei gelangte eine gewisse Reihenfolge von Tönen an seine Ohren, die sein Gehör mit Freude erfüllte. Er blieb stehen und suchte zu erkennen, wodurch diese Wirkung hervorgebracht würde. Zunächst erschien es ihm so, daß sie von der ungleichen Kraft der Männer herrühren könnte. Er veranlaßte, daß die Männer ihre Hämmer untereinander tauschten, und trotzdem hörte er keine anderen Töne als beim ersten Mal. Daraus zog er den Schluß, daß die Ursache in der Verschiedenheit des Gewichts der Hämmer liegt (wie es wahr ist). Deswegen ließ er jeden Hammer einzeln wiegen, und so entdeckte er zwischen den Zahlen der Gewichte die Verhältnisse der Konsonanzen und Harmonien. Mit ganzer Kraft verschönerte er nun diese Harmonien auf folgende Weise: Er machte sich aus Schafdarmsaiten in gleicher Größe und befestigte an ihnen Gewichte, die denen jener Hämmer entsprachen. Und so entdeckte er die nämlichen Konsonanzen.«

Quelle:

<http://books.google.ch/books?id=EKzOY01I2MC&pg=PA343&lpg=PA343&dq=pythagoras+schmied+nikomachos&source=bl&ots=ah2IT3jwOG&sig=5TDw9WO>